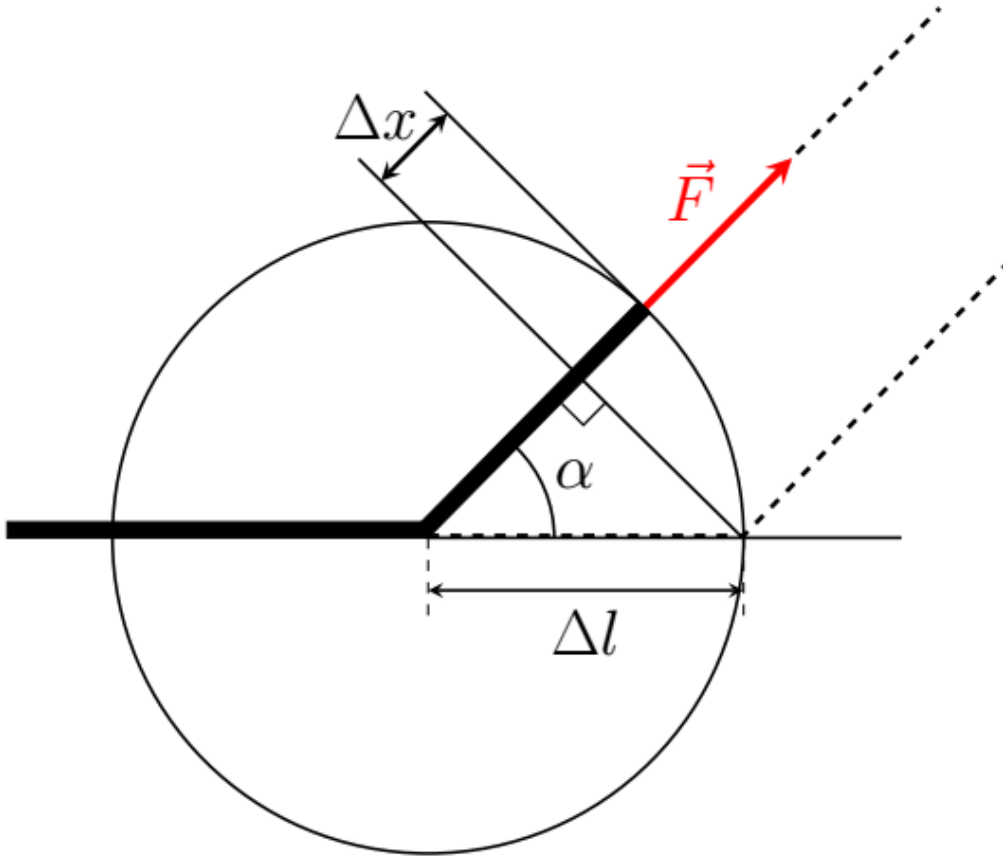




1 ?? Под каким углом к горизонту и в каком направлении следует тянуть за конец ленты, чтобы сила, при которой лента начнёт отрываться от стола, была минимальной?

Когда приложенная сила F постоянна по величине и направлению, угол наклона оторванной части ленты α также постоянен. Если внешняя сила достаточна по величине и приводит к отрыву части ленты малой длины Δl , точка, к которой приложена внешняя сила, перемещается на расстояние Δx , совершая при этом работу, которую можно связать с величиной σ и площадью ленты оторвавшейся части ленты $\Delta S = d \cdot \Delta l$:

$$\Delta A = \Delta x \cdot F = \sigma \cdot \Delta S = \sigma \cdot d \cdot \Delta l \quad (1).$$



Перемещение точки приложения силы Δx может быть выражено через Δl и α :

$$\Delta x = \Delta l \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (2).$$

Подставляя (2) в (1), получаем выражение для силы $F = F(\alpha)$, необходимой для отрывания ленты от стола под некоторым углом:

$$F = \frac{\sigma d}{1 - \cos \alpha}.$$

Сила принимает минимальное значение при максимальном знаменателе $1 - \cos \alpha = 2$, то есть при $\alpha = \pi$.

Ответ: $\alpha = \pi$.

2 ?? Один из концов ленты частично оторвали от стола и прикрепили к нему невесомую нить, переброшенную через маленький (по сравнению с длинами нити и ленты) невесомый блок, расположенный на высоте $H = 1$ м, как показано на рисунке. При этом угол между нитью и горизонтом составил $\alpha_1 = 45^\circ$. К другому концу нити прикрепили груз. При какой максимальной массе груза m система будет покоиться?

Теперь рассмотрим второй случай. Силы натяжения ленты и нити равны по модулю, так что будем их обозначать T . Из условия равновесия груза $T = mg$.

Очевидно, что если сила натяжения T не превышает силу отрыва ленты для угла α_1 , то лента не будет отрываться и система будет покоиться. Максимальная сила T , которая может быть достигнута при равновесии системы $T = \sigma d / (1 - \cos \alpha_1)$. Тогда масса груза равна

$$m = \frac{\sigma d}{(1 - \cos \alpha_1) \cdot g} \approx 0,068 \text{ кг}.$$

Ответ: $m \approx 68$ г.

3 ?? К первому грузу с максимально возможной массой m из предыдущего пункта прикрепили второй с неизвестной массой M и отпустили без начальной скорости. Лента стала отрываться, и система пришла в движение. Спустя некоторый промежуток времени грузы остановились, а наклонный участок ленты оказался под углом $\alpha_2 = 30^\circ$ к горизонту. Найдите массу второго груза M , расстояние Δh , на которое в результате сместились грузы, а также модули ускорений грузов в момент начала движения a_1 и в момент остановки a_2 .

Теперь рассмотрим случай добавления груза массой M . Для начала определим длину участка ленты ΔL , который оторвался от стола до момента остановки грузов. Его можно выразить через высоту блока H и углы α_1 и α_2 :

$$\Delta L = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_2} - \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_1} \approx 0,732 \cdot H = 0,732 \text{ м}.$$

Для нахождения Δh используем условие на сохранение полной длины нити и ленты (ввиду их нерастяжимости):

$$\Delta L + L_1 = L_2 + \Delta h.$$

где $L_1 = H / \sin \alpha_1$ и $L_2 = H / \sin \alpha_2$ — это расстояния от блока до точки отрыва ленты от стола в начальный и конечный момент соответственно. Тогда

$$\begin{aligned} \Delta h &= \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_2} - \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_1} + \frac{H}{\sin \alpha_1} - \frac{H}{\sin \alpha_2} = \\ &= H \left(\frac{1 - \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1} - \frac{1 - \cos \alpha_2}{\sin \alpha_2} \right) \approx 0,146 \cdot H = 0,146 \text{ м.} \end{aligned}$$

Ответ: $\Delta h \approx 14,6$ см.

Положение, в котором остановится система, определяется законом изменения полной механической энергии: изменение потенциальной энергии груза (кинетическая энергия в крайних положениях равна нулю) равно работе по отрыву ленты:

$$(m + M)g \cdot \Delta h = A = \sigma d \Delta L.$$

Отсюда

$$M = \frac{\sigma d \Delta L}{g \Delta h} - m \approx 0,032 \text{ кг} = 32 \text{ г.}$$

Ответ: $M \approx 32$ г.

Ускорения грузов в начальный и конечный моменты времени находятся из второго закона Ньютона:

$$(m + M)a_1 = (m + M)g - T(\alpha_1)$$

или

$$(m + M)a_1 = (m + M)g - \frac{\sigma d}{1 - \cos \alpha_1}.$$

Искомые значения:

$$a_1 = g - \frac{\sigma d}{(m + M)(1 - \cos \alpha_1)} \approx 3,2 \text{ м/с}^2,$$

и

$$a_2 = \frac{\sigma d}{(m + M)(1 - \cos \alpha_2)} - g \approx 4,9 \text{ м/с}^2.$$

Заметим, что после остановки ускорения грузов будут равны нулю.

Ответ: $a_1 \approx 3,2 \text{ м/с}^2$, $a_2 \approx 4,9 \text{ м/с}^2$.